Задания для подготовки к экзамену по математике

Семестр 2

Группы: ИСиП-4-22,ИСиП-5-22, ИСиП-6-22 ИСиП-7-22 ИСиП-8-22, ИСиП-9-22

Преподаватель: Голеусова Э.В.

Обязательная часть.

Задание В1(1 балл)

1.Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

Ответ: 20.

2. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

Решение. С учетом наценки горшок станет стоить $120 + 0{,}2 \cdot 120 = 144$ рубля. Разделим

1000 на 144:

Значит, можно будет купить 6 горшков.

Ответ: 6.

3.Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет тюльпанов для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество тюльпанов сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, тюльпаны стоят 60 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

Решение.

Налог составит $700 \cdot 0{,}13 = 91$ рубль. После выплаты налога останется $700 - 91 = 609$ рублей. Разделим 609 на 60:

Значит, денег хватает на 10 тюльпанов. В букете должно быть нечетное число цветов, поэтому студент купит 9 тюльпанов.

Ответ: 9.

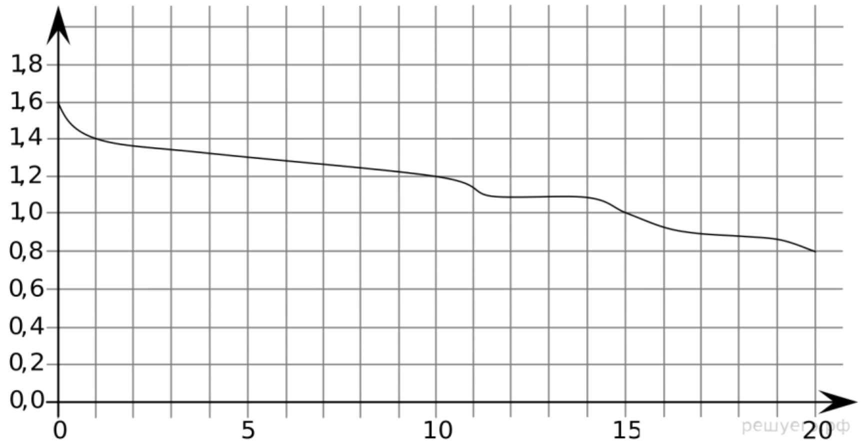
4. При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?

Ответ: 320.

5. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 16 рублей. Если на счету осталось меньше 16 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 700 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

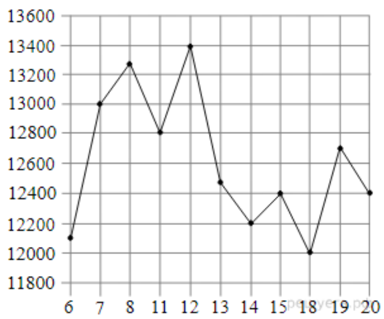
Задание В2 (1 балл)

1.При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,4 вольта до 1 вольта.



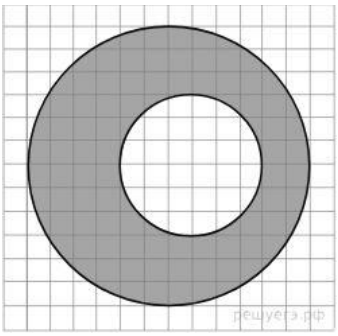
Ответ: 14.

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Задание В3(1 балл)

1.На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

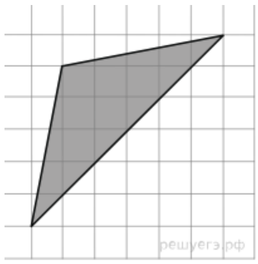


Решение.

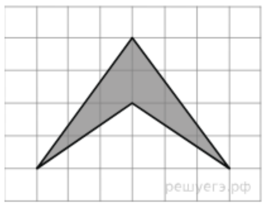
Площади кругов относятся как квадраты их радиусов. Радиус внешнего круга равен 6, радиус внутреннего равен 3. Поскольку радиус большего круга вдвое больше радиуса наименьшего круга, площадь большего круга вчетверо больше площади меньшего. Следовательно, она равна 4. Площадь заштрихованной фигуры равна разности площадей кругов: $4 - 1 = 3$.

Ответ: 3.

2. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см   1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см   1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Задание 5 (1 балл)

1. Решите уравнение $\sqrt{6+5x}$=x

2. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+2}$=-2

3.Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}}=\frac{1}{7}$

Задание В6 (1балл)

1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC = 24, BC = 7. Найдите $\sin A$

2. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, tg A =0,5 *BC* = 4. Найдите *AC*.

3. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, *AC* = 4, cos A=0,5   Найдите *AB*

4. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.

Задание B7.(1 балл)

1Вычислите: $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

2. 1Вычислите: $\dfrac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$

3.Вычислите: $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$.

4.Вычислите: $\dfrac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$.

5.Вычислите: $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

6. Вычислите: $\dfrac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

7.Вычислите: $36^{\log_6 5}$.

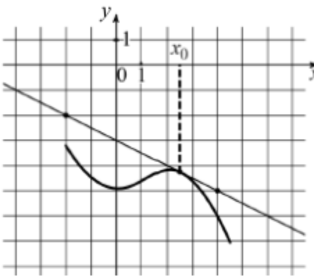
8. Найдите значение выражения $\dfrac{11a^6b^3 - (3a^2b)^3}{4a^6b^6}$ при $b = 2$.

9. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

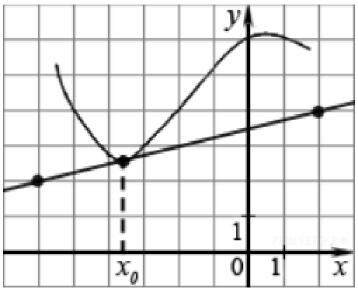
10. Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.

Задание B8.(1 балл)

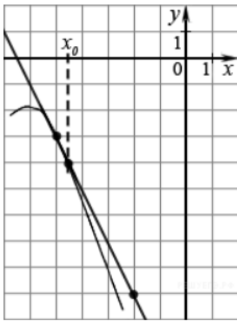
1. На рисунке изображены график функции *y* = *f*(*x*) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f*(*x*) в точке x_0.



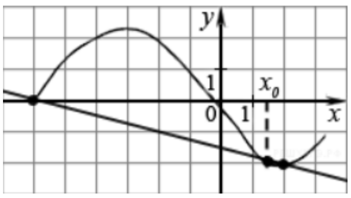
2. На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.



3. На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.

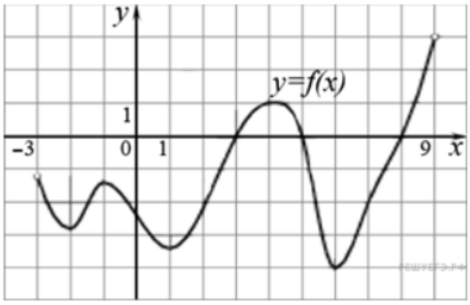


4. На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.



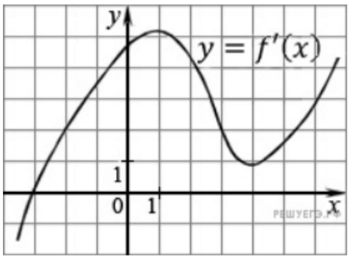
5.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 12$ или совпадает с ней.



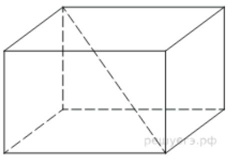
6.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



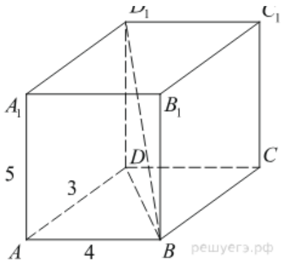
Задание В9.(1 балл)

1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите его диагональ.

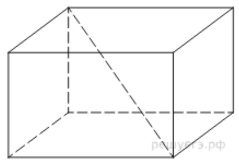


2.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1 = 3$, $CD = 2$, $AD = 2$. Найдите длину ребра AA_1.

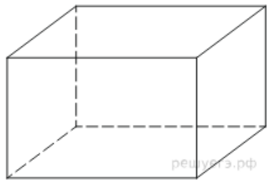


3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

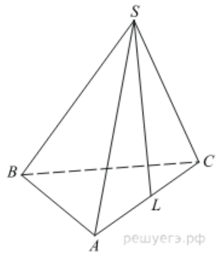


4. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$.Найдите его объем.

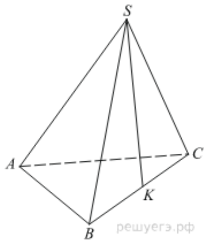
5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



6. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *L* — середина ребра *AC*, *S* — вершина. Известно, что *BC* = 6, а *SL* = 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды. Ответ: 45.

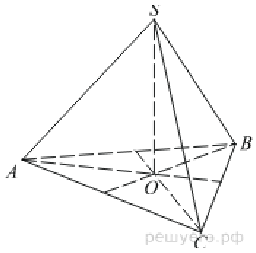


7. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *K* – середина ребра *BC*, *S* – вершина. Известно, что *SK* = 4, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 54. Найдите длину ребра *AC*.



8.

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 5. Найдите длину отрезка OS.



Задание В10.(1 балл)

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

2. При производстве в среднем на каждые 2982 исправных насоса приходится 18 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

3. В сборнике билетов по физике всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Механика". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Механика".

4.В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по теме "Неравенства". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете студенту **не достанется** вопроса по теме "Неравенства".

Задание В11.(1 балл)

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону (где *x* — расстояние от точки отсчета в метрах, *t* — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону :

$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ (где *x* — расстояние от точки отсчета в метрах, *t* — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

3. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени t=3c .

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 + t^2 - 9t + 12$$

В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 15 м/с?

Задание B12(1 балл)

1.Найти все первообразные для функции:

Y(x)=e^x+$\sqrt{x}$+4x+2

2. Найти все первообразные для функции:

$$F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$$

Задание B13(1 балл)

1. Найдите значение выражения $(7x^3)^2 : (7x^6)$.

2. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

3. Найдите значение выражения $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$.

4. Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 49}$.

Задание B14(1 балл)

1. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.

2. Найдите корень уравнения $2^{\log_8(5x-3)} = 4$.

3. Найдите корень уравнения $\log_{81} 3^{2x-6} = 2$.

4. Найдите корень уравнения $6^{12,5x+2} = \frac{1}{216}$

5. Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{10-3x} = 32$

Задание B15 (1 балл)

1.Решите неравенство: $27^{\sqrt{x+1}} \geqslant 9^x$

2.Решить неравенство: $625^{x+1} > \frac{1}{5}$

3. Решить неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{81}$

4. Решить неравенство: $9^{x-1} \leq \frac{1}{81}$

Задание B16 (1 балл)

1. Найдите область определение функции: y=$\log_2 \frac{x+3}{x-6}$

2. Найдите область определение функции: y=$\log_5 \frac{x-4}{x+7}$

3. Найдите область определение функции: y=$\log_2 \frac{2-x}{x^2-25}$

4. Найдите область определение функции: y=$\log_2((2-x)(x^2-9))$

Задание B17 (1 балл)

1 . Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\sqrt{2}\sin x.$

2. Решите уравнение $\cos 2x-\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-1=0.$

3. Решите уравнение $2\cos 2x+4\sqrt{3}\cos x-7=0.$

4. Решите уравнение $\cos 2x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

Задание B18 (1 балл)

1.Решите систему уравнений: $\begin{cases} x+y=1 \\ 2^x=4^y \end{cases}$

2.Решите систему уравнений: $\begin{cases} x-y=5 \\ 3^x=9^y \end{cases}$

3.Решите систему уравнений: $\begin{cases} 3\cdot 2^x+y=13, \\ 2^{2x+1}+3y=35 \end{cases}$

4. систему уравнений: $\begin{cases} x-y=3 \\ 5^x=25^y \end{cases}$

Задание B19 (1 балл)

1.Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в Омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 10 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.(ответ: 22 Ом)

2. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в Омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

Алгоритм решения.

1.Анализируем равенство связывающее силу тока и сопротивление.

2. Подставляем известные значения и преобразуем равенство.

3. Выполняем преобразования и находим ответ на поставленный вопрос.

4.Записываем ответ.

Решение.

1. $I = \frac{U}{R}$ 2. R=$\frac{U}{I}$=$\frac{220}{16}$=13,75 Ом

3.Из закона Ома следует, что чем меньше сопротивление, тем выше сила тока. Следовательно, минимальное сопротивление можно найти, если силу тока приравнять максимальному значению 16 А, получим: 13,75 Ом

4.Ответ: 13,75 Ом

3. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 110$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление задается формулой $R_{общ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 10 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ:11

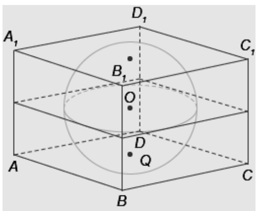
4. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляетR1=56 Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление задается формулой $R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 24 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ:42

Дополнительная часть

Задание В20 (3 балла)

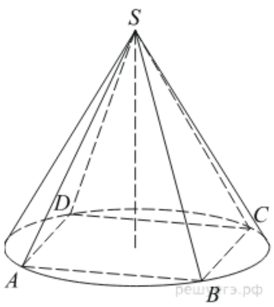
1. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 6. Найдите его объем.



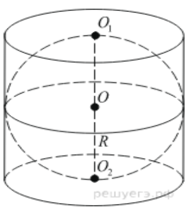
2.

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на π.

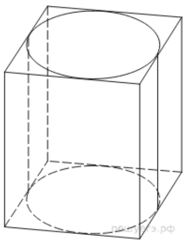
Ответ: 16.



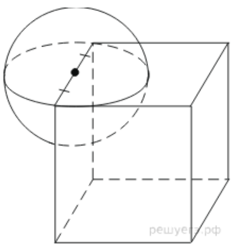
3. Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 24. Найдите объем цилиндра.



4.Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Площадь боковой поверхности призмы равна 48. Найдите высоту цилиндра.



5. Середина ребра куба со стороной 1,9 является центром шара радиуса 0,95. Найдите площадь части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



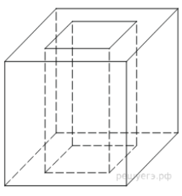
Решение.

Так как середина ребер куба является центром сферы, диаметр которой равен ребру куба, в кубе содержится 1/4 сферы и, соответственно, 1/4 ее поверхности. Имеем:

$$\frac{1}{4}S = \frac{1}{4}4\pi R^2 = \pi 0,95^2 = 0,9025\pi$$

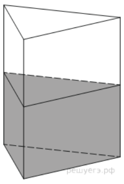
Ответ:0,9025 π.

6. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.
Ответ: 7,5.

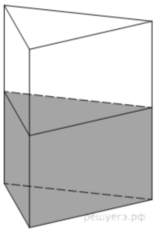


7.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 $см^3$ воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в $см^3$.

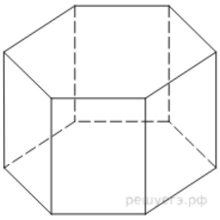
Ответ: 184 

8. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



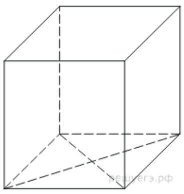
Ответ: 5.

9. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.



Ответ:300.

10. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



Задание В21(3 балла)

1.Найдите точку максимума функции $y=2x^3 -12x^2 +3$

2. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 48x + 17$

3.
Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-4; -1]$

4.
Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 40x + 3$ на отрезке $[0; 4]$

5.
Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$ на отрезке $[-2{,}5;\ 0]$.

Ответ: −6.

6.
Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4{,}5;\ 0]$.

Ответ: 20

7. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5) - 2x + 9$.

Ответ: −4,5.

8. Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x^2+1}{x}$

Ответ: 17.

Задание B22(3 балла)

1. Решите уравнение $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$

Ответ: а) $\left\{\pi k,\ \dfrac{\pi}{3} + \pi k:\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

2. Решите уравнение $2\cos^3 x - \cos^2 x + 2\cos x - 1 = 0$

Ответ: а) $\left\{-\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k, \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$

3. Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0$

Ответ: а) $\left\{\dfrac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$

4. Решите уравнение $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2 x + 4\cos x - 4\sqrt{3}\sin x = 0$.

5. Ответ: а) $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k, \frac{\pi}{4}+2\pi k, \frac{3\pi}{4}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$

Решите уравнение: $\sqrt{2}\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+\cos^2 x=0$

Ответ: а) $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k, \frac{\pi}{4}+2\pi k, \frac{3\pi}{4}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$

Задание В23(3 балла)

1. Вычислить: $\int_1^{27}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x^2}dx$

2. Вычислить: $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-cos^2x}{2cos^2x}dx$

3.Вычислить: $\int_1^{16}\frac{1-x^3}{2\sqrt{x}}dx$

4.Вычислить: $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^2 x+2}{\sin^2 x}dx$

5.Вычислить: $\int_{-1/2}^{1}\frac{5\sqrt{1-x^2}}{1-x^2}dx$