Примерные вопросы и практические задания по дисциплине

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Преподаватель – Шестакова О.Н.
Специальность – 09.02.03
группы – П-1-17, П-2-17, П-3-17, П-11-18
семестр - VI
Специальность - 09.02.07
группы - П50-1-18, П50-2-18, П50-3-18, П50-4-18, П50-5-18, П50-6-18, П50-7-18
семестр - IV

1. Теория вероятностей. История возникновения теории вероятностей как науки. Основные понятия.
2. Основные понятия комбинаторики.
3. Случайные события. Основные понятия.
4. Классическое и геометрическое определения вероятности события.
5. Теоремы сложения вероятностей событий.
6. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей событий.
7. Формула полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
10. Теорема Пуассона.
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
12. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
13. Определение случайной величины. Виды случайных величин. Способы задания случайных величин.
14. Числовые характеристики дискретной случайной величины (ДСВ).
15. Виды распределения ДСВ.
16. Закон больших чисел.
17. Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины (НСВ).
18. Числовые характеристики НСВ.
19. Виды распределения НСВ.
20. Основные понятия математической статистики. Статистическое исследование.
21. Выборка (определение). Типы выборок.
22. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма.
23. Статистические характеристики вариационного ряда.
24. Точечные оценки. Генеральная средняя и выборочная средняя.
25. Интервальные оценки.
26. Понятие корреляционной зависимости. Коэффициент линейной корреляции.
27. Уравнения линий регрессии. Метод наименьших квадратов (МНК).
28. Множественная корреляция.
29. Проверка статистических гипотез.
30. χ^2-критерий Пирсона.

Примерные практические задания по дисциплине

1. Докажите тождество: $C_n^6 = \frac{A_n^{n-6}}{P_{n-6}}$.
2. Талоны, свернутые в трубочку, занумерованы всеми двузначными числами. Наудачу берут один талон. Какова вероятность того, что номер взятого талона состоит из одинаковых цифр?
3. В ящике находятся детали, из которых 12 изготовлены на первом станке, 20 – на втором и 16 – на третьем. Вероятность того, что детали, изготовленные на первом, втором и третьем станках, отличного качества, соответственно равна 0,9; 0,8 и 0,6. Найдите вероятность того, что извлеченная на удачу деталь окажется отличного качества.
4. Всхожесть семян огурцов равна 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырёх.
5. Сколько нужно взять деталей, чтобы наивероятнейшее число годных деталей было равно 50, если вероятность того, что наудачу взятая деталь будет бракованной равна 0,1?
6. Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполнят менее 180 студентов.
7. В городе N имеются 3 оптовые базы. Вероятность того, что требуемого сорта товар отсутствует на этих базах одинакова и равна 0,2. Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент. Построить многоугольник распределения.
8. Дано распределение дискретной случайной величины. Найти математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

x_i	*-5*	*2*	*3*	*4*
p_i	*0,4*	*0,3*	*0,1*	*0,2*

9. Случайные величины X и Y независимы и имеют один и тот же закон распределения:

Значение	1	2	3
Вероятность	0,2	0,3	0,5

10. Составить закон распределения случайной величины X+Y.
11. Составить функцию распределения дискретной случайной величины и построить её график, если её распределение имеет вид:

x_i	*-2*	*1*	*3*	*5*
p_i	*0,1*	*0,3*	*0,4*	*0,2*

12. Вычислить $P(X \geq 3{,}5)$ для дискретной случайной величины X, заданной законом распределения

x_i	*-2*	*1*	*3*	*5*
p_i	*0,1*	*0,3*	*0,4*	*0,2*

13. Среднее значение длины детали 50 см, а дисперсия – 0,1. Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что случайно взятая деталь окажется по длине не

менее 49,5 и не более 50,5 см. Уточнить вероятность того же события, если известно, что длина случайно взятой детали имеет нормальный закон распределения.

14. Случайная величина X сосредоточенная на интервале [-1;3], задана функцией распределения F(X) $=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$. Найти вероятность попадания случайной величины X в интервал [0;2].
15. Непрерывная случайная величина имеет нормальное распределение. Её математическое ожидание равно $M_x=10$, среднее квадратичное отклонение $б_x=1$. Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале (8,14).

16. В 100 частях воды растворяется следующее число условных частей азотнокислого натрия $NaNO_3$ (признак Y) при соответствующих температурах (X):

X	0	4	10	14	23	28	34	56	69
Y	63,4	72	73,3	81,3	83,7	91,3	97,6	105,4	114,1

На количество растворившегося $NaNO_3$ влияют случайные факторы. Предполагается наличие статистической линейной зависимости между температурой и количеством растворившегося $NaNO_3$. Найти МНК – оценку коэффициентов линейной модели.

17. Оценить тесноту связи между факторами Ф1 и Ф2, Ф1 и Ф3, Ф2 иФ3, рассчитав значения коэффициентов линейной корреляции r. Сделать вывод о тесноте связи.

i	$Ф_1$	$Ф_2$	$Ф_3$
1	122	22	21
2	14	20	33
3	36	17	12
4	20	9	31
5	53	44	30

18. В 100 частях воды растворяется следующее число условных частей азотнокислого натрия $NaNO_3$ (признак Y) при соответствующих температурах (X):

X	0	4	10	14	23	28	34	56	69
Y	63,4	72	73,3	81,3	83,7	91,3	97,6	105,4	114,1

На количество растворившегося $NaNO_3$ влияют случайные факторы. Предполагается наличие статистической линейной зависимости между температурой и количеством растворившегося $NaNO_3$. Оценить параметры линейной регрессии. Построить линию регрессии в поле корреляции.

19.

В супермаркете проводились наблюдения над числом X покупателей, обратившихся в кассу за один час. Наблюдения в течение 30 часов (15 дней в период с 9 до 10 и с 10 до 11 часов) дали следующие результаты:

70, 75, 100, 120, 75, 60, 100, 120, 70, 60, 65, 100, 65, 100, 70, 75, 60, 100, 100, 120, 70, 75, 70, 120, 65, 70, 75, 70, 100, 100.

Число X является дискретной случайной величиной, а полученные данные представляют собой выборку из $n = 30$ наблюдений. Требуется составить ряд распределения частот (вариационный ряд).

20.

Выборка дана в виде распределения частот:

x_i	2	5	7	8	11	13
m_i	10	9	21	25	30	5

Найти распределение относительных частот и построить полигон относительных частот.

21. Найти эмпирическую функцию распределения по данным:

x_i	1	3	7	9	12
m_i	2	10	4	24	10

22.

Найти доверительный интервал с надежностью 0,8 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины X со средним квадратичным отклонением $\sigma_x = 5$, выборочной средней $\bar{x}_в = 20$ и объемом выборки $n = 25$.

23.

В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

32, 26, 16, 44, 28, 40, 30, 31, 17, 30, 37, 32, 42, 31, 36, 49, 35, 21, 25, 40, 27, 25, 33, 34, 27, 43, 19, 23, 36, 48, 31, 35, 43, 32, 26, 35, 33, 45, 19, 22, 28, 49, 23, 32, 33, 27, 43, 35, 23, 44.

Составить интервальный вариационный ряд, выбрав число частичных интервалов, равное 7.

24. Построить гистограмму относительных частот по данным распределениям выборки объема $n = 100$:

i	$x_i < X \leqslant x_{i+1}$	m_i
1	3—5	20
2	5—7	25
3	7—9	15
4	9—11	13
5	11—13	12
6	13—15	8
7	15—17	7

25.

Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	3	7	12
n_i	8	16	6	10

Найти выборочную среднюю.

26.

Найти несмещенную оценку дисперсии случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	2	7	9	10
n_i	8	14	10	18

27.

В городе A для определения сроков гарантийного обслуживания проведено исследование величины среднего пробега автомобилей, находящихся в эксплуатации в течение двух лет с момента продажи автомобиля магазином. Получен следующий результат (тыс. км):

3,0; 25,0; 18,6; 12,1; 10,6; 18,0; 17,3; 29,1; 20,0; 18,3; 21,5; 26,7; 12,2; 14,4; 7,3; 9,1; 2,9; 5,4; 40,1; 16,8; 11,2; 9,9; 25,3; 4,2; 29,6.

Составить интервальный вариационный ряд.